# Matematica nell'antico Egitto

A cura del prof. Massimo Amato

*01/10/2010*

*Istituto Calasanzio di Empoli*

# SOMMARIO

# INTRODUZIONE

Il presente documento non vuole essere un compendio complete per lo studio della matematica degli antiche egizi, ma solo una introduzione all’argomento atta a suscitare interesse e curiosità per le origini delle matematiche che, modificate ed ampliate nel corso dei secoli, sono arrivate fino a noi.

## LA SCRITTURA EGIZIA

REGNO ANTICO

REGNO MEDIO

REGNO NUOVO

E' noto che le popolazioni che vivevano anticamente sulle sponde del Nilo usassero come scrittura i **geroglifici**; tale modalità di scrittura veniva impiegata principalmente per le incisioni su pietra e prevedeva un modo per rappresentare i numeri. Dall'altro lato c'era la scrittura degli scribi, utilizzata per i papiri, che veniva detta scrittura ieratica (che potrebbe essere vista, per fare un'analogia, come il nostro corsivo).

Purtroppo, mentre per la matematica babilonese il supporto principale erano tavolette di terracotta, per quanto riguarda gli egizi la gran parte delle testimonianze ci è giunta su papiro che però mal sopporta il tempo e le intemperie.

## PAPIRI

Le due più importanti testimonianze per quanto riguarda la matematica egizia sono il papiro di Rhind ed il papiro di Mosca.

## PAPIRO DI RHIND

Si tratta di un papiro largo circa 30 cm e lungo circa 5,46 m conservato al British Museum. Era stato acquistato nel 1858 in una città balneare sul Nilo da un antiquario scozzese, Henry Rhind, e perciò è conosciuto spesso con il nome di Papiro di Rhind o, meno frequentemente, di Papiro di Ahmes in onore dello scriba che lo aveva trascritto intorno al 1650 a.C.. Lo scriba ci informa che il contenuto è tratto da un esemplare risalente al Regno Medio e composto fra il 2000 e il 1800 a.C.

E' un papiro molto particolare e interamente matematico che contiene al suo interno vari problemi geometrici di volume, una rappresentazione del teorema di Pitagora, vari tipi di frazioni (di cui gli egiziani erano specialisti) e vari indovinelli.

Non per niente, la frase di apertura del papiro in questione afferma che è **"…uno studio diretto di tutte le cose, la penetrazione di tutto l'esistente, la conoscenza di tutti gli oscuri segreti**." Aveva quindi grandi ambizioni, che comunque, non sono state smentite: presenta infatti più di 85 problemi, con relative soluzioni.

E' quindi la fonte più ampia e completa che abbiamo sulla matematica egizia.

Uno scriba egizio di nome Ahmes intorno al 1650 a.C., in quello che è noto oggi come il Papiro di Rhind, scrisse:

"Togli 1/9 a un diametro e costruisci un quadrato sulla parte che ne rimane; questo quadrato ha la stessa area del cerchio".

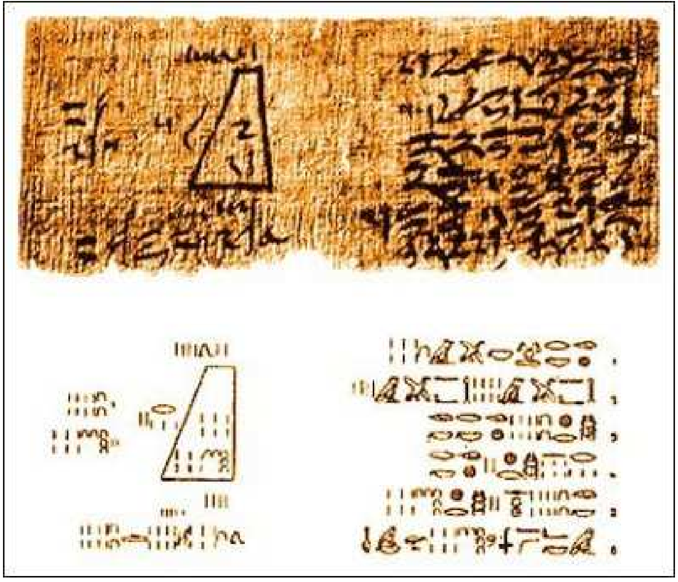
Poiché sappiamo che l'area del cerchio è uguale a $\pi r$, se quest'area è il quadrato di 8/9 del diametro, il testo di Ahmes implica che il rapporto della circonferenza al diametro è pari a 16-9 = 3,16049…

Il valore implicito di Ahmes si discostava di meno dell'1 per cento dal vero valore di circa 3,141592, manifestando una precisione notevole per quel tempo. Questo risultato non ebbe però alcuna diffusione.

Mille anni dopo i babilonesi e gli antichi ebrei continuavano infatti a usare il valore 3, che era molto meno esatto.

Le formule contenute nel Papiro Rhind sono anche il primo caso documentato di un tentativo di "quadrare il cerchio", ossia di costruire un quadrato con la stessa area del cerchio.

## PAPIRO DI MOSCA



Fu acquistato in Egitto nel 1893; è lungo circa come il Papiro di Rhind (circa 5,5 m), ma è largo soltanto un quarto di quest'ultimo (7,5 cm). Fu scritto da un ignoto scriba della dodicesima dinastia (1890 a.C. circa). Contiene 25 esempi, per lo più desunti dalla vita pratica e non molto diversi da quelli del Papiro di Ahmes e tra cui due di notevole importanza per la matematica egizia: la formula del volume di una piramide a base quadrata (il solido viene scomposto in parallelepipedi e prismi; sommando poi i volumi si ottiene il volume cercato) e un metodo per ricavare l'area della superficie curva di un emisfero.

## LA STORIA DEL PIGRECO


*Il 14 Marzo di ogni anno è il giorno del Pi Greco.*

### BABILONESI

Il nome di babilonesi viene dato ad una serie di popolazioni che, in tempi successivi, occuparono la Mesopotamia, una regione del Medio Oriente situata tra il Tigri e l'Eufrate. Tra di esse ricordiamo le popolazioni dei Sumeri, che per primi occuparono tale regione a partire dal 4000 a.C., seguiti dagli Akkadi (2200 a.C.), dagli Assiri (800 a.C.), dai Caldei (700 a.C.), dai Persiani (540 a.C.), fino alla conquista della Mesopotamia da parte di Alessandro Magno nel 330 a.C. Il massimo periodo di fioritura della cultura babilonese si ebbe tra il 2200 a.C. e il 1700 a.C.

In Mesopotamia il ruolo della geometria era insignificante e quasi sempre legato ad applicazioni pratiche. I babilonesi conoscevano certamente il teorema di Pitagora (o meglio alcune terne pitagoriche, senza porsi il problema di una loro generalizzazione) e la similitudine dei triangoli. Per ottenere l'area del cerchio usavano la formula $A=c^2/12$, dove $c$ indica la circonferenza. Ciò equivale ad usare per $\pi$ il valore 3.

Per calcolare la lunghezza della circonferenza inscritta nell'esagono regolare, i babilonesi usavano un rapporto che implicava per $\pi$ il valore di 3+1/8, che equivale a 3,125.

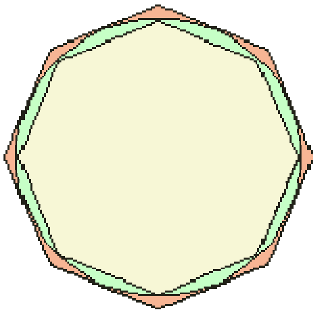
Il valore assegnato a $\pi$ dai babilonesi era, comunque, approssimato per difetto.

### EGIZI

Gli storici della matematica attribuiscono spesso agli egizi il valore di $\pi = 256/81$. In realtà non c’è alcuna prova diretta che gli egizi abbiano considerato $\pi$ un numero costante, e tanto meno che abbiano tentato di calcolarlo. Essi furono invece certamente interessati a trovare il rapporto fra il cerchio e il quadrato, probabilmente allo scopo di misurare con precisione terreni ed edifici.

Gli antichi egizi assegnavano a π un valore approssimato per eccesso. Essi calcolavano l'area del cerchio mediante la formula $A=(8/9\ d)^2$, dove $d$ è il diametro. In questo caso π assume il valore 256/81 (circa 3,1605).

## ARCHIMEDE



Occorre arrivare al grande Archimede di Siracusa (287-212 a.C.), per avere i primi due decimali esatti di π. Egli cerca di calcolare la lunghezza della circonferenza per mezzo del perimetro dei poligoni inscritti e circoscritti.

La circonferenza ha infatti una lunghezza compresa tra il perimetro di un poligono inscritto e quello di un poligono circoscritto ad essa.
Le misure di tali perimetri si avvicinano sempre più tra loro con l'aumentare del numero dei loro lati, permettendo di restringere sempre più l'intervallo entro il quale dev'essere compresa la misura della circonferenza che si desidera trovare. Per tale via, egli riesce quindi a stabilire due valori tra cui π è compreso: $3+10/71 < \pi < 3+1/7$. Il primo dei due valori vale 3,1408... e il secondo vale 3,1428...

Sono occorsi quasi due millenni per passare da una a tre cifre esatte del nostro numero.

Non basterà invece il tempo passato e futuro dell'umanità per trovare *tutte* le altre cifre.

## LAMBERT

E' stato dimostrato infatti da Lambert nel 1761 che π è un numero irrazionale. Perciò le sue cifre decimali sono *illimitate* e *non periodiche* e nessuno potrà mai scriverle tutte. Successivamente, nel 1882, Lindemann dimostrò che π è un numero *trascendente* (significa che esso non può essere ottenuto da un'equazione algebrica a coefficienti razionali), ponendolo in una particolare categoria di numeri irrazionali, che si distinguono rispetto a quelli cosiddetti *algebrici*.

Pur non potendo quindi scrivere tutte le cifre di π, alcuni grandi matematici hanno tuttavia affrontato il problema di scoprire un procedimento che permettesse di trovare quante cifre decimali si desiderano.

# MATEMATICA DELL'ANTICO EGITTO (2000 A.C. - 600 A.C.)

Come detto, il più antico testo egizio finora scoperto è il **Papiro di Mosca**, datato fra il 2000 a.C. e il 1800 a.C.

Come molti testi matematici antichi si presenta come un problema basato su una storia, apparentemente scritto a scopi ricreativi. La parte ritenuta più interessante è quella nella quale si espone un metodo corretto per trovare il volume di un **tronco di piramide**. Il termine piramide deriva dalla lingua greca (πυραμίς ). Alcuni storici ritengono che il termine greco a sua volta provenga dal termine egizio per-em-us che nel Papiro di Rhind è usato per rappresentare l'altezza della piramide ("per-em-us" alla lettera "ciò che va su"); i greci, applicando la figura retorica della sineddoche (la parte per il tutto e viceversa), lo avrebbero poi usato per indicare l'intera opera monumentaria.

L'altro testo importante è il **Papiro di Rhind** (datato intorno al 1650 a.C.), un manuale di istruzione di aritmetica e geometria.

Oltre a fornire formule per aree e procedimenti di moltiplicazione, divisione e operazioni con frazioni a numeratore unitario, contiene l'evidenza di altre nozioni matematiche come numero primo, media aritmetica, media geometrica, media armonica e numeri perfetti. Vi si trova anche una spiegazione primitiva del crivello di Eratostene e il metodo per la soluzione di una equazione lineare del primo ordine.

Inoltre gli egizi preferivano esprimere i numeri razionali come somma di frazioni con numeratore unitario oppure della frazione 2/3: per esempio 2/15 viene espressa come 1/10 + 1/30. Ancora oggi ci si riferisce a questa tecnica come **frazione egiziana**. Il Papiro di Rhind contiene anche nozioni di geometria non banali come un metodo per ottenere un'approssimazione di $\pi$ con un'imprecisione inferiore all'1%, un primo tentativo di effettuare la quadratura del cerchio e il primo uso conosciuto di un tipo di cotangente.

Nel periodo ellenistico gli studiosi dell'Egitto per i loro scritti abbandonarono l'antica lingua e adottarono la greca. Da quel momento la matematica degli egizi si fuse con quella greca dando vita alla grande matematica ellenistica.

**Caratteristica fondamentale della scienza egizia è quella di essere quasi del tutto priva di carattere teorico**. Infatti la matematica, la geometria, l'astronomia, la medicina e tutte le altre discipline erano studiate solo nel loro aspetto empirico.

Ad esempio la geometria era molto utilizza per risolvere il problema di ridefinire i confini dei terreni dopo lo straripamento del Nilo (sia per fini catastali che fiscali), e complessi calcoli numerici erano necessari per calcolare le quantità di manodopera, cibo e materiali che servivano per costruire la millenaria tomba del Faraone (la piramide).

La geometria e la matematica erano viste come l'insieme delle regole pratiche da utilizzare per risolvere problemi di questo tipo, senza che si sentisse la necessità di dimostrazioni per tale regole (ad esempio per quello che noi conosciamo come Teorema di Pitagora). **Gli egiziani sapevano usare le frazioni, le radici quadrate e sapevano determinare la superficie e l'area di molti solidi (tra cui, appunto, le piramidi), ma senza dimostrazioni per i procedimenti che usavano.**

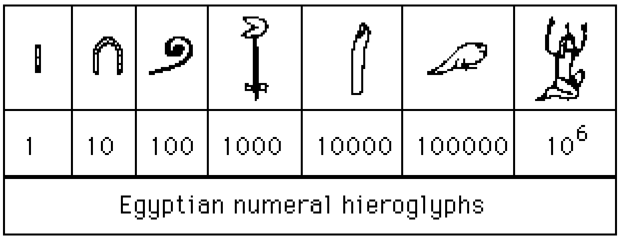
Come per il Papiro di Rhind, gli egizi cercavano il carattere pratico delle discipline scientifiche, e quindi all'epoca erano disponibili appositi papiri che erano veri e propri "manuali", contenenti i più comuni problemi matematici e geometrici con le relative soluzioni, ovvero le regole da applicare.

## I SISTEMI DI NUMERAZIONE

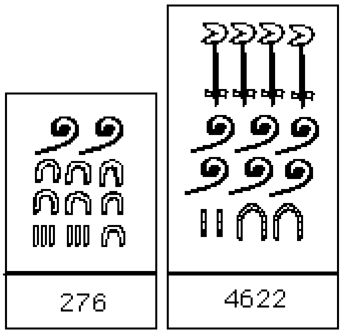
### SISTEMA GEROGLIFICO

Per quanto riguarda il **sistema di numerazione geroglifico**, è presente una base 10 e per scrivere i numeri venivano affiancati i simboli di unità, decine, centinaia, ...

C'è da notare che non si tratta di un sistema posizionale poiché ogni simbolo ha un significato/valore intrinseco e di conseguenza non ha importanza come vengono rappresentati i vari simboli per formare un numero.




*Esempi*:




Per quanto riguarda le operazioni si aveva l'addizione e la sottrazione pressoché identiche alle nostre, con l'accorgimento che a 10 simboli uguali andava sostituito il simbolo di un ordine di grandezza successivo. La moltiplicazione e la divisione invece si basavano sulla scomposizione dei fattori in base due come si può vedere nel seguente semplice esempio:

Poniamo di voler calcolare 41 * 59. Per prima cosa si scrivono i due fattori su due colonne; poi sulla colonna di sinistra, partendo dall'unità si scrivono le potenze di 2 minori del primo fattore. Sulla colonna di destra comparirà invece il secondo fattore raddoppiato. Nella colonna di sinistra vanno trovati ora quei numeri che sommati danno il primo fattore (41). Segniamo i corrispondenti nella colonna di destra: la loro somma è proprio il risultato della moltiplicazione.

| 41 | 59 |
|---|---|
| 1 | 59 |
| 2 | 118 |
| 4 | 236 |
| 8 | 472 |
| 16 | 944 |
| 32 | 1888 |

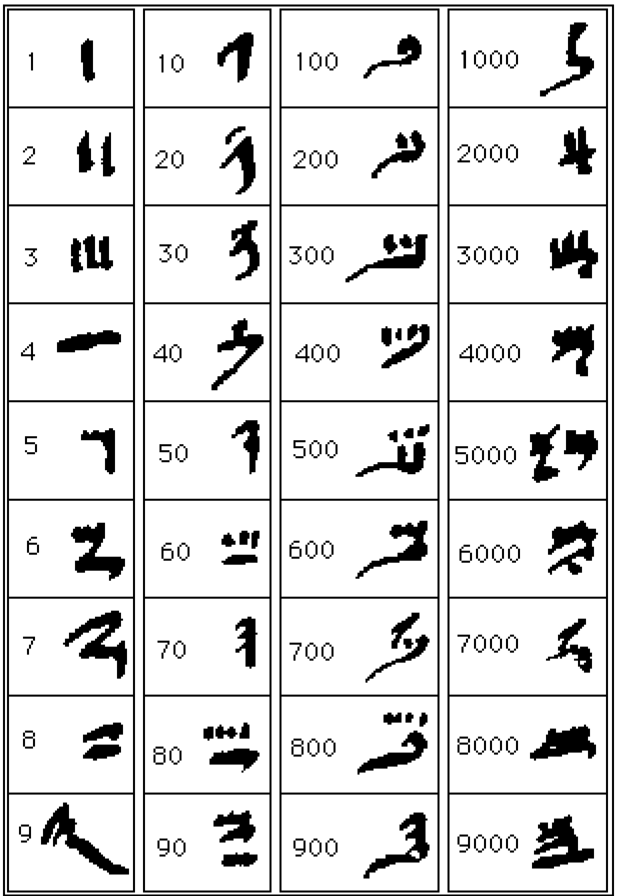
41*59=59+472+1888=2419

In modo simile si poteva procedere per la divisione.

## SISTEMA IERATICO

Per quanto riguarda il **sistema di rappresentazione ieratico**, quello usato dagli scriba, si tratta di un sistema composto da simboli più semplici da rappresentare; è anch'esso non posizionale.

Vi erano 9 simboli tutti diversi per le unità e vi erano poi dei simboli per rappresentare i multipli di 10, di 100 e di 1000; si otteneva quindi una numerazione non posizionale relativamente veloce sino a 9999.

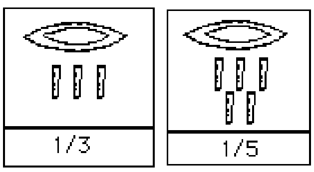



Hieratic numerals

## FRAZIONI

Dai papiri di Rhind e di Mosca, oltre a queste conoscenze sul sistema di numerazione, si deduce la conoscenza e l'uso presso gli antichi egizi delle frazioni.

In genere erano utilizzate tutte frazioni con numeratore l'unità fatta eccezione per 2/3 e 3/4. Venivano rappresentate segnando un piccolo ovale il simbolo indicante il numero di cui si voleva il reciproco, come si può vedere nei seguenti esempi:



Le frazioni permettevano di risolvere il problema del resto in una divisione. In certi problemi, infatti, anche allora, poteva essere richiesto un risultato esatto o, in ogni caso, un'approssimazione molto precisa. Prima di descrivere come si procedeva per ottenere un calcolo migliore, analizziamo la rappresentazione delle parti frazionarie.

Gli egizi sono stati fra i primi ad aver utilizzato la nozione di frazione, da essi sempre utilizzata con numeratore uguale ad uno (frazioni unitarie).

**La frazione ordinaria di un numero fu un vero e proprio sconvolgimento apportato alla nozione primitiva del numero (cardinale e ordinale).**

## FRAZIONE EGIZIA

Nel 1927, lo srotolamento di un manoscritto di cuoio, contemporaneo al Papiro di Rhind, suscitò grande agitazione tra gli egittologi. Molti speravano di trovarvi grandi scoperte. Immaginate la loro delusione quando tutto quello che apparve fu una raccolta di 26 semplici espressioni frazionarie, del tipo 1/10 + 1/40 = 1/8, riportate da uno scriba anonimo e inesperto. Nonostante il disappunto iniziale, però, il contenuto di tale manoscritto ha aiutato a chiarire molti dei calcoli presenti nel Papiro di Rhind.

Il fatto di operare con frazioni unitarie è una caratteristica singolare della matematica egizia. Per questo motivo una frazione scritta coma somma di distinte frazioni unitarie è chiamata frazione egizia.

Nel Papiro di Rhind sono magistralmente esposte le regole per il calcolo delle frazioni con cui si è risolto il problema delle parti decimali. La soluzione è riportata in una tabella che fornisce per ogni intero dispari *n* compreso tra 3 e 101, la scomposizione in frazioni unitarie della frazione 2/*n*.

Solo 6 dei 90 problemi del Papiro di Rhind non utilizzano le frazioni. La loro grande importanza può essere spiegata in due modi:

- Una società in cui gli scambi venivano effettuati in natura, aveva bisogno di fare calcoli precisi.
- Il procedimento di divisione per 2 comportava l'uso di frazioni.

Vediamo ora un esempio di divisione , tratta dal Papiro di Rhind, che utilizza le frazioni.

| Dividere 35 per 8: | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 8 | |
| | 2 | 16 | |
| | 4 | 32 | 4+1/4+1/8=35:8 |
| | 1/2 | 4 | |
| | 1/4 | 2 | |
| | 1/8 | 1 | |

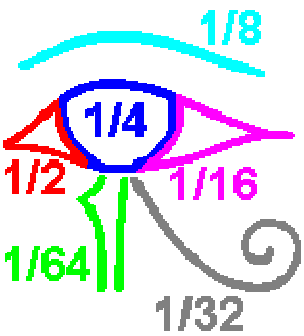
Come si vede, oltre ai "raddoppi" dell'8, si riportano anche i suoi "dimezzamenti", e si utilizzano anch'essi per ottenere la somma 35 (a destra), mentre a sinistra si ottiene il risultato, la cui parte frazionaria è espressa tramite le frazioni del tipo $1/2^n$.

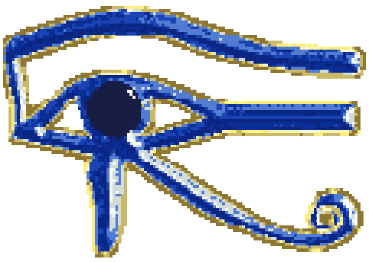
Quindi: 35 : 8 = 4 + 1/4 + 1/8 (in decimali = 2,375) .

## L'OCCHIO DI HORUS

Una leggenda egiziana diceva che "Seth aveva strappato a Horus l'occhio sinistro e glielo aveva ridotto in pezzi, ma Thot riuscì a ricomporlo".

Gli antichi egizi usavano le parti del simbolo dell'Occhio di Horus per descrivere le frazioni.



Il disegno, posto sopra, mostra quale frazione indica ogni parte dell'occhio.

E' possibile avere altre frazioni combinando queste parti, ad esempio 3/4 corrisponde alla parte dell'occhio che mostra metà più un quarto. Evidentemente le frazioni ottenibili così sono solo alcune (ad esempio non si può ottenere 1/3). Ma, come si vede nel paragrafo sulle frazioni, quelle indicate nell'occhio di Horus sono quelle utilizzate per le divisioni.

Un occhio intero rappresentava l'unità, ma.....

Non avete notato nulla di strano?

Se provate a sommare tutti i pezzi, vedrete che si ottiene 63/64 e non 64/64!

Manca all'appello 1/64!

Anche in questo caso, però, gli egiziani ci hanno dato una spiegazione: " l'1/64 mancante sarebbe comparso grazie a una magia di Thot."

Tutto ciò esprime, in maniera certo molto suggestiva, che in generale nell'eseguire una divisione non importava andare oltre la approssimazione del risultato esatto per 1/64.

## IL "PROBLEMA 79" DEL PAPIRO DI RHIND

In una proprietà ci sono 7 case
In ogni casa ci sono 7 gatti
Ogni gatto acchiappa 7 topi
Ogni topo mangia 7 spighe
Ogni spiga dà 7 misure di grano

QUANTE COSE CI SONO IN TUTTO IN QUESTA STORIA?

E ancora un altro, stavolta del famoso matematico Leonardo Pisano (Fibonacci, 1202):

Sette vecchie in viaggio per Roma
Ci sono sette vecchie in viaggio per Roma
Ognuna di esse ha sette muli
Ogni mulo porta sette sacchi
Ogni sacco contiene sette pagnotte
In ogni pagnotta ci sono sette coltelli
Ogni coltello è in sette foderi

DONNE, MULI, SACCHI, PAGNOTTE, COLTELLI, FODERI: IN QUANTI VIAGGIANO PER ROMA?

In realtà, il problema 79 del Papiro di Rhind è più misterioso della nota filastrocca (Appendice D)

## PROBLEMI CON FALSA POSIZIONE

Per quanto riguarda i problemi presenti nei vari papiri, si nota la presenza di una grandezza incognita, che alcune volte viene chiamata dallo scriba "aha". In ogni caso, i metodi per la soluzione di questi problemi erano aritmetici e facevano un massiccio uso del metodo della falsa posizione che vediamo in questo esempio:

*Poniamo di voler risolvere l'equazione $x+[x/4]=15$ con il metodo della falsa posizione. Per prima cosa poniamo che il valore di x sia un numero naturale qualsiasi, ad esempio 4; se lo sostituiamo nell'equazione otteniamo: $4+[4/4]=5$.*

*Abbiamo così ottenuto un parametro che ci permette di scrivere la proporzione che ci porta a scoprire il vero valore di x; tale proporzione è proprio $x/4=15/5$. Da questa relazione si risale facilmente al vero valore di x, che nel nostro esempio è dato da $x=[15/5]*4=12$.*

## GEOMETRIA

Da ultimo notiamo che molti studiosi attribuiscono la nascita della geometria proprio agli antichi egizi, in quanto erano a conoscenza di tecniche abbastanza sofisticate per la misura di segmenti, aree e volumi anche complesse (come ad esempio quella del cerchio, con un'approssimazione di pigreco pari al quadrato di (2-2/9)). Ciò che è certo è che le periodiche esondazioni del Nilo cancellavano i confini dei territori e provocavano disagi che venivano ben superati anche grazie alla conoscenza di questi *'strumenti teorici'*.

4000 anni prima di Cristo un popolo cominciò a coltivare la valle del Nilo, le cui acque fecondavano la terra e il cui corso forniva una via di navigazione per il commercio. Protetti dal mare, dalle montagne e dal deserto, questi contadini prosperarono e fondarono parecchi piccoli staterelli lungo 880 chilometri del corso del fiume finché, nel 3200 a.C. Mene (l'eletto) li riunì in una unica nazione, retta da un solo faraone, e questa struttura sociale e religiosa fu la loro caratteristica per i successivi 3000 anni.. Le loro credenze religiose conferivano al faraone la condizione unica di figlio o incarnazione degli dei. Fra le divinità egizie emerse la divinità solare, dietro il cui culto stava quello di un dio del cielo che dispensava la vita e il fuoco e generava la pioggia e le tempeste. Questa credenza è simile al mito del dio-falco Orus, che successivamente assunse le caratteristiche di una deità solare e più tardi fu descritto come il figlio di Ra, altra versione del dio solare, che a sua volta si identificò con Atum, creatore e padre degli dei.

# APPENDICE A

## LE OPERAZIONI

Analizzeremo ora le principali operazioni aritmetiche: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione.

Ci porremo verso di esse nell'ottica degli antichi egizi. Proveremo, cioè, ad operare come avremmo fatto se noi stessi fossimo nati e vissuti nell'Antico Egitto.

Ci occuperemo, infine, anche delle frazioni, di cui gli egizi erano maestri.

Segnaliamo un interessante sito che permette di vedere alcune semplici conversioni dai "nostri numeri attuali" agli equivalenti egiziani:

http://www.virtual-egypt.com/newhtml/hieroglyphics/sample/numbers.htm

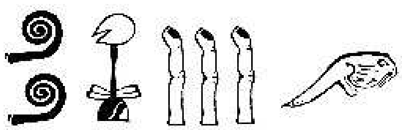
## ADDIZIONE

Si tratta di un'operazione abbastanza semplice.

Per sommare due numeri si raggruppano i simboli che compongono i due numeri stessi. Se poi la somma contiene dieci simboli uguali, questi vanno sostituiti con il simbolo di valore successivo.

L'attuale simbolo dell'addizione, il più '+', aveva come equivalente egizio : 

I geroglifici egizi possono essere scritti in entrambe le direzioni (orizzontale e anche verticale).

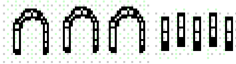
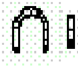


Questo esempio (il numero 131.200) è scritto da sinistra a destra in orizzontale; nell'iscrizione originaria è scritto da destra a sinistra (i segni sono perciò invertiti) e posto in verticale.

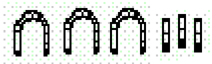
## SOTTRAZIONE

Come abbiamo già osservato per l'addizione, anche la sottrazione è un'operazione abbastanza semplice.

Se dobbiamo eseguire X - Y, se possibile, sottrarremo da X i simboli che compaiono in Y e conteremo i rimanenti; ad esempio:

per fare 35 - 24, togliamo da 35 =  i simboli di 24 =  , ed otterremo  = 11 .

Se questa procedura risultasse impossibile, come accade ad esempio in 33 - 15, dovremo "spicciolare" una decina nel 33 per portarci in condizione di eseguire la sottrazione dei simboli (in modo analogo a quello che facciamo noi nelle nostre sottrazioni in colonna), così:

Scriviamo 33 =  =  ; poi togliamo 15 =  , ottenendo:  = 18.

Analogamente a quanto visto prima, il simbolo indicante l'operazione di sottrazione, l'equivalente del nostro meno ' - ', è:

## MOLTIPLICAZIONE

Le operazioni viste fin qui risultano abbastanza facili, ma con la moltiplicazione le cose si complicano un po'.

Pensiamo alla moltiplicazione per 10, 100, 1000 … ; mentre con il nostro sistema di calcolo basta aggiungere degli zeri alla fine, nella scrittura geroglifica la cosa è analoga, anche se un po' più complicata: ogni simbolo va sostituito con il successivo. Questo caso è quindi abbastanza facilmente risolvibile, ma come eseguire le moltiplicazioni più complesse? Anche in questo caso, però, gli egizi ci hanno stupito ideando un metodo che può apparirci un po' bizzarro, ma è certamente molto funzionale anche con la loro notazione.

Per eseguire moltiplicazioni (ed anche le divisioni) usavano un procedimento basato su raddoppi successivi: cioè moltiplicavano (o dividevano) innanzitutto per 2! Era quasi più facile del metodo che usiamo noi! Uno dei grandi meriti di questa tecnica è il fatto di richiedere solamente una conoscenza preliminare dell'addizione e della tabella del 2. Come al solito, è più semplice fare la prova su un esempio che non tentare di spiegare il metodo in dettaglio per iscritto, quindi … vediamo (usiamo per semplicità la notazione odierna):

ESEMPIO: Moltiplicare 17 per 13

Innanzi tutto si deve decidere quale dei due numeri è il moltiplicando. Generalmente si considera tale il numero più piccolo ma è solo una convenzione. Vediamolo in entrambi i modi:

1) Moltiplicando: 13

Lo scriba avrebbe proceduto per moltiplicazioni successive di 13 x 2 (cioè continuando a raddoppiare tutti i risultati) e si sarebbe fermato prima di arrivare ad un numero che superasse il moltiplicatore 17.

Così:

| | |
|---|---|
| 1 | 13 |
| 2 | 26 |
| 4 | 52 |
| 8 | 104 |
| 16 | 208 |

Poi si sceglie le righe contrassegnate che hanno per somma 17, e si sommano i multipli di destra:

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | 13 |
| | 2 | 26 |
| | 4 | 52 |
| | 8 | 104 |
| | 16 | 208 |
| 17 | | 221 |

Non sei convinto? Prendi la calcolatrice e verificherai che 13 x 17 = 221 !

2) Moltiplicando: 17

Analogamente a prima (ora le righe che danno 13):

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | 17 |
| | 2 | 34 |
| | 4 | 68 |
| | 8 | 136 |
| 13 | | 221 |

Alla base di tutto ciò sta la regola per cui *ogni numero intero può essere espresso come la somma di potenze intere di 2*; un principio di cui gli egizi erano sicuramente a conoscenza.

http://progettomatematica.dm.unibo.it/NumeriEgitto/par6b.htm

## DIVISIONE

La divisione segue un procedimento analogo a quello visto per la moltiplicazione. Infatti, nell'aritmetica egizia, queste due operazioni sono strettamente collegate.

Nel papiro di Rhind, una divisione del tipo *x : y* è preceduta dalle parole "fare calcoli con *y* per ottenere *x*". Quindi uno scriba, invece di pensare di dividere *y* per *x*, si sarebbe chiesto:

Partendo da *x*, quante volte dovrei addizionare questo numero a se stesso per ottenere *y* ?

La procedura equivale, quindi, a un esercizio di moltiplicazione, vediamolo su due esempi.

Vogliamo dividere 696 per 29; consideriamo i raddoppi di 29 :

| | |
|---|---|
| 1 | 29 |
| 2 | 58 |
| 4 | 116 |
| 8 | 232 |
| 16 | 464 |
| 24 | 696 |

Ci siamo fermati al 16 perché il raddoppiamento ci avrebbe portati oltre al 696 (infatti 32 x 29 = 928).

Osserviamo che la somma degli ultimi due termini (indicati con .) dà esattamente 696; considerando il lato sinistro, vediamo che ciò corrisponde a prendere esattamente 24 (= 8+16) volte il 29. Quindi: 696 : 29 = 24.

Vogliamo ora dividere 700 per 29; procedendo come prima:

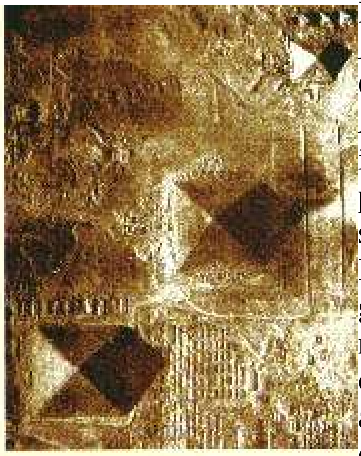
| | |
|---|---|
| 1 | 29 |
| 2 | 58 |
| 4 | 116 |
| 8 | 232 |
| 16 | 464 |
| 24 | 696 |

Qui la somma degli ultimi due termini (indicati con .) non dà 700, ma è il valore più grande che possiamo considerare sommando termini a destra senza superare il 700. Dalla somma otteniamo 696; e 700 - 696 = 4. Quindi:

696 : 29 = 24 , con il resto di 4 .

# APPENDICE B

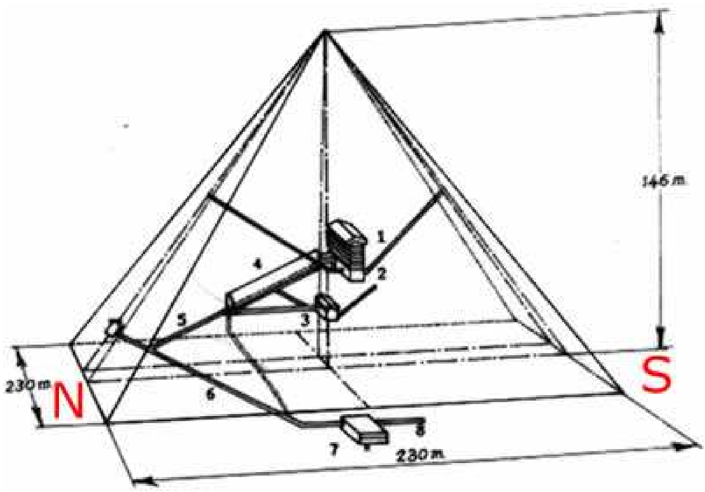
## IL TEMPO DI ORIONE

Nell'820 d.C. il califfo Abdullah Al Mamun tentò di violare la Grande Piramide di Cheope. Alcune carte in suo possesso gli indicavano, all'interno della piramide, l'esistenza di una stanza colma di grandi ricchezze. Il califfo fece aprire un varco nei grandi massi fino a scoprire, tra mille difficoltà, quello che oggi è chiamato il "corridoio ascendente" che porta in quella che, nelle speranze di Al Mamun, doveva essere la stanza del tesoro. In realtà, l'aspetto del locale era più simile a quello di una stanza funeraria, tanto che vi era pure un sarcofago. Di tesori neanche l'ombra, e anche il sarcofago che avrebbe dovuto contenere la mummia del faraone era vuoto.

Ma perché il sarcofago era vuoto se la piramide, sino ad allora inviolata, era destinata a contenere il corpo del faraone? Forse lo scopo della Grande Piramide non era quello considerato dall'archeologia ufficiale?

La piramide di Cheope misura 230 metri di lunghezza per ciascun lato, e 147 metri in altezza, occupa una superficie di 5,3 ettari e contiene 2.300.000 massi perfettamente squadrati alcuni dei quali pesano oltre le 15 tonnellate. Gli studiosi hanno versato fiumi di inchiostro cercando di immaginare come popoli appena usciti dal neolitico, quali gli antichi egizi, avessero potuto costruire le grandiose piramidi che li contraddistinguono. Con quali tecniche ingegneristiche avrebbero potuto tagliare, squadrare, trasportare e collocare con estrema precisione enormi macigni del peso di decine di tonnellate? Se nella Grande Piramide di Giza sono stati calcolati 2.300.000 blocchi di pietra, allora Cheope avrebbe dovuto organizzare un'impresa edile grandiosa, capace di posare un blocco di pietra ogni quattro minuti, ventiquattr'ore al giorno, per trenta anni di seguito (tale era la vita media allora) affinché alla sua morte potesse accogliere il suo corpo semi-divino usando esclusivamente corde, carrucole, tronchi, piani inclinati e attrezzature in pietra. Tutte queste spiegazioni, che hanno dominato la cultura della seconda metà del ventesimo secolo cominciano, negli anni novanta, a sgretolarsi dinanzi a più ardite teorie, suffragate da prove non ignorabili,



che spostano la datazione delle piramidi egizie nella piana di Giza da quattromila anni fa ad almeno diecimila anni fa mentre la Sfinge sembra essere antica 10500 anni fa.

Si rimanda il lettore ai numerosi testi di archeologia "ufficiale" per fantasticare sulle teorie di costruzione delle piramidi. Qui si fa notare soltanto che il corpo di Cheope non fu mai trovato. Anche le piramidi di Chefren e Micerino non contenevano il corpo dei faraoni.

Gli egittologi, speculando sulla Grande Piramide, hanno trovato molte particolarità di carattere matematico-geometrico, ed hanno accreditato agli antichi egizi del 2500 a.C. grandi conoscenze matematico-astronomiche, come l'esatta misura della Terra, il suo peso e la sua densità, la distanza Terra-Sole, la durata dell'anno solare, la conoscenza del pigreco. Ma in realtà, come abbiamo detto, la matematica egiziana non avrebbe potuto arrivare a tanto, e le loro conoscenze di geometria erano di carattere "pratico", sufficienti solo per ristabilire i confini delle coltivazioni dopo le piene del Nilo, e la loro "astronomia" era, più che altro, simile alla "astrologia".

Che gli egiziani non fossero poi in definitiva così evoluti come le piramidi, erroneamente ad essi attribuite potrebbero far credere, lo si può dedurre dalle mummie faraoniche e dai pur pregevoli corredi funerari: gli egizi avevano scoperto una parte del potere della piramide, cioè quello di preservare a lungo i corpi morti (e, sembra, anche quello di affilare o spuntare le lamette da barba, in base posizione della luna), e inoltre usavano delle sostanze che conservavano (malamente) i corpi morti dei sovrani o di alti dignitari, quasi a voler sottolineare il potere della piramide, ma niente di più: Le loro concezioni di scienza e medicina si collocano secondo gli standard dell'epoca neolitica o del bronzo: non avevano, per esempio, coscienza della funzione del cervello, e le eventuali altre loro "invenzioni", quali delle presunte batterie rame-ferro (le pile di Baghdad), che se mai furono da loro inventati, sono da inquadrare come fenomeni casuali e inconsapevoli il cui uso sembra fosse comunque limitato alla galvanostegia (la doratura di metalli), o riferiti a queste misteriose civiltà o divinità, come gli altrettanto misteriosi strati di mica di cui è infarcita la roccia di alcune costruzioni nella città maya di Teotihuacàn.

Permangono così molti interrogativi cui la scienza ufficiale non sa rispondere: le particolarità di carattere matematico-astronomico nell'architettura delle piramidi sono da attribuire agli egizi storici del II millennio a.C., nonostante la loro matematica alquanto limitata? E il culto della divinità solare, tipica di popoli tecnicamente evoluti, pur nelle sue innumerevoli varianti, è propria di un popolo dedito alla magia e alle superstizioni quale quello egizio? Se consideriamo la nuova datazione delle piramidi (quelle più antiche nella piana di Giza) e della sfinge, non arriviamo a chiamare in causa la mitica civiltà di Atlantide, scomparsa, secondo la leggenda, più di 10.000 anni fa? Per cui la storia dell'antico Egitto è ancora tutta da scoprire...

Il primo mistero è il fatto che l'interno di queste grandi piramidi non contiene geroglifici o disegni, a differenza di quelle di Nefertari o di Tutankhamon. Viene insomma il dubbio che in realtà le piramidi della piana di Giza non avessero, in origine, la funzione di tombe reali.

Hancock e Bauval hanno trovato che la disposizione delle piramidi corrisponde a quella di alcune stelle della costellazione di Orione, sacra per gli egizi, che la identificavano con la dimora di Osiride.

Forse allora le piramidi non erano tombe, ma edifici di culto. Da queste constatazioni, negli anni sessanta, furono scritte alcune entusiasmanti pagine dell'egittologia come lo studio dell'allineamento del condotto di areazione della "Camera del Re" con Zeta Orionis mentre il condotto meridionale puntava su Sirio, la stella di Iside, nella posizione in cui queste stelle dovevano trovarsi nel 10.450 a.C.

La piana di Giza rappresenta quindi una specie di orologio stellare che segna l'epoca di Osiride, l'epoca del "primo tempo"? Un'epoca che, ufficialmente appartiene al mito, "l'età dell'oro" della mitologia greca. Un altro famoso monumento della piana di Giza, la Sfinge, da recenti studi di paleoclimatologia, sembra confermare questa data. Ma chi, nel 10.500 a.C. costruì questi imponenti monumenti-messaggio?

# APPENDICE C

## IL PROBLEMA N.79 DEL PAPIRO DI RHIND

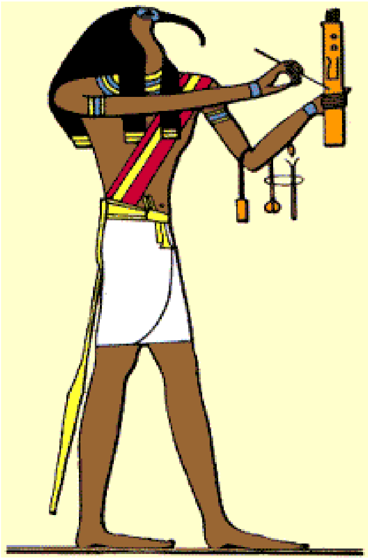
**I sette gatti di Ahmes**
In una proprietà ci sono 7 case.
In ogni casa ci sono 7 gatti.
Ogni gatto acchiappa 7 topi.
Ogni topo mangia 7 spighe.
Ogni spiga dà 7 heqat di grano.
Quante cose ci sono in tutto in questa storia?

*Nota: l'heqat era misura di capacità pari a circa 4,785 litri.*
*(Papiro di Ahmes o di Rhind, 1650 a.C.)*

Uno scriba egizio al lavoro

Uno dei più antichi documenti matematici conosciuti è un rotolo egizio lungo circa 5 m e alto circa 30 cm. Lo scrisse Ahmes nel 1650 a.C. ricopiandolo in parte da testi di tre secoli prima. L'egittologo scozzese Henry Rhind lo acquistò a Luxor, sul Nilo, nel 1858. Per questo si chiama *Papiro di Rhind*o*Papiro di Ahmes*. Attualmente è conservato al British Museum.
Ahmes, il figlio della luna, è il primo matematico che scrisse il proprio nome su un documento giunto fino a noi.

Una citazione di Ahmes.
*Accurate reckoning: the entrance into knowledge of all existing things and all obscure secrets.*
***Calcolo esatto: l'accesso alla conoscenza di tutte le cose esistenti e di tutti gli oscuri misteri.***
Tratto da A. B. Chase, *Rhind Mathematical Papyrus* (Reston Va. 1967)



Thot, il dio che insegnò agli uomini la scrittura, la magia e la scienza.

In realtà, il problema 79 del Papiro di Rhind è più misterioso e più complesso della nota filastrocca. Presenta soltanto le seguenti informazioni.

| | | | |
|---|---|---|---|
| case | 7 | | |
| gatti | 49 | | |
| topi | 343 | 1 | 2801 |
| spighe di grano | 2301 | 2 | 5602 |
| heqat di grano | 16807 | 4 | 11204 |
| **totale** | **19607** | **totale** | **19607** |

Che cosa poteva significare questa scrittura misteriosa? E per di più, c'è un errore! Dov'é?

**Sette vecchie in viaggio per Roma**
*(Fibonacci, 1202)*
Ci sono sette vecchie in viaggio per Roma
Ognuna di esse ha sette muli
Ogni mulo porta sette sacchi
Ogni sacco contiene sette pagnotte
In ogni pagnotta ci sono sette coltelli
Ogni coltello è in sette foderi
Donne, muli, sacchi, pagnotte, foderi,
In quanti viaggiano per Roma?

**I sette gatti di Ahmes** (circa 1650 a.c.)
Case $7^1 = 7$
Gatti $7^2 = 49$
Topi $7^3 = 343$
Spighe $7^4 = 2.401$
Heqat $7^5 = 16.807$
Totale 19.607

Qualcuno potrebbe obiettare che all'inizio si parla anche di una proprietà, perciò le cose di cui si parla in questa storia sarebbero: 19.607+1 = 19.608.

Ma ora esaminiamo meglio questa tabella (nella quarta riga, seconda colonna, il numero esatto è 2401):

| | | | |
|---|---|---|---|
| case | 7 | | |
| gatti | 49 | | |
| topi | 343 | 1 | 2801 |
| spighe di grano | 2401 | 2 | 5602 |
| heqat di grano | 16807 | 4 | 11204 |
| **totali** | **19607** | | **19607** |

Nella seconda colonna c'è la sequenza delle prime 5 potenze di 7. Si tratta di una progressione geometrica di ragione 7.
In fondo è scritto il totale.
Qual è la formula che usiamo oggi per calcolare la somma dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione r?
$S = r + r^2 + ... + r^n = r(r^n-1)/(r-1)$

Nel nostro caso r=7, n=5 quindi:
$S = 7(7^5-1)/(7-1) = 19607$

Possiamo scrivere la somma anche così:
$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5$

$7(1 + 7 + 7^2 + 7^{3+}7^4) = 7(1 + 7 + 49 + 343 + 2401) = 7 * 2801$

Ma che cosa significano i numeri scritti nella terza e nella quarta colonna?
Ora, se osserviamo attentamente la seconda parte del testo di Ahmes ci rendiamo conto che è proprio la moltiplicazione di 2801 per 7, eseguita col metodo egizio.
2801 * 7 = 19607

| | |
|---|---|
| 1 | 2801 |
| 2 | 5602 |
| 4 | 11204 |
| **totale** | **19607** |

Infatti, siccome 7 = 1 + 2 + 4, per **moltiplicare** un qualsiasi numero per 7 si possono **addizionare** il numero stesso, il suo doppio e il suo quadruplo (ovvero il doppio del doppio).

Quindi la terza e la quarta colonna potrebbero rappresentare una **verifica** del calcolo eseguito nella prima colonna o addirittura una **formula** per il calcolo della somma di una serie geometrica.

**Sette vecchie in viaggio per Roma**
Se vogliamo calcolare il totale di tutte le cose di cui si parla, allora la soluzione è:
$7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 + 7^6 = 134.456$
Se invece facciamo attenzione alla domanda, che chiede il totale dei "muli, sacchi, pagnotte, foderi", non dobbiamo contare i coltelli, perciò la soluzione è:
$7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^6 =$ 117.649

# APPEAPPENDICE D

## RIFERIMENTI

### TESTI

Claudio Barocas: *Le grandi civiltà : EGITTO.* A. Mondadori, Milano, 1970. Carlo Bertelli, Giuliano Briganti, Antonio Giuliano: *L'Arte nella storia* (Volume primo). Electa - Bruno Mondadori, Milano, 1997.

Cesare Grazioli, Olga Ciofini: *Le rane e lo stagno* (Volume primo). Società Editrice Internazionale, Torino, 1999.

G. Ifrah: *Storia universale dei numeri.* A. Mondadori, Milano, 1983.

M. Kline: *Storia del pensiero matematico.* Einaudi,Torino, 1991.

### SITI WEB

http://it.wikipedia.org/wiki/Sistema_di_numerazione_egizio

http://www.cosediscienza.it/metodo/04_numeri.htm

http://www.url.it/ambienti/scienze/mate/numegitto.htm

http://did-asp.ti-edu.ch/~dm/Biblioteca/numero/OrigineDelNumero.pdf

http://www.liceocastelnuovo.it/documenti/contrcultur/equazioni.htm

Per chi fosse interessato a giocare con la numerazione geroglifica, può visitare il sito 'Lo sviluppo del sistema di calcolo e di notazione' alla pagina

" http://scitsc.wlv.ac.uk/university/scit/modules/mm2217/countsys.htm "

Qui troverete esercizi di conversione dall'uno all'altro sistema.